

Grado en Biotecnología – Examen de Análisis Matemático

1. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función dada por $f(x) = x^2 - x \sin x - \cos x$.
 - a) Prueba, usando el teorema de Bolzano, que la ecuación $f(x) = 0$ tiene al menos dos soluciones reales.
 - b) Prueba que dicha ecuación no puede tener más de dos soluciones reales.
2. Dado un número $a > 0$, prueba que para todo $x > 0$ se verifica que

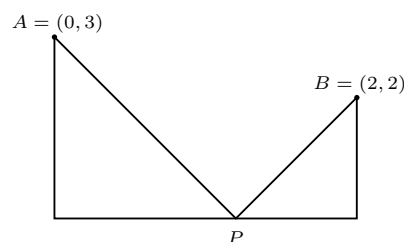
$$\frac{e a}{x} \leq e^{\frac{a}{x}}$$

y la desigualdad es estricta para $x \neq a$.

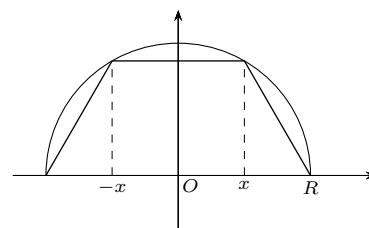
3. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función dada por:

$$f(x) = \frac{2x^2 + 6x + 10}{x^2 + 1}$$

- a) Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los extremos absolutos y la imagen.
 - b) Estudia el número de soluciones que tiene la ecuación $f(x) = \alpha$ según los valores del número real α .
4. Dados los puntos $A = (0, 3)$ y $B = (2, 2)$, calcula cuál es el camino más corto para ir de A a B pasando por un punto P del eje de abscisas. Justifica que el resultado obtenido es un mínimo absoluto.



5. Calcula las dimensiones del trapecio isósceles de área máxima inscrito en la semicircunferencia superior centrada en el origen de radio R . Justifica que el resultado obtenido es un máximo absoluto.



Todos los ejercicios puntúan igual.

Granada, 3 de noviembre de 2017